

# Modelo de estimación diferencial de la propagación térmica en 3D mediante diferencias finitas

A model for differential estimation of 3D thermal propagation by finite difference

**Andrés David Restrepo Girón, MSc**

*adareg378@gmail.com*

*Grupo de Investigación en Instrumentación  
Electrónica (GIE)*

*Universidad Santiago de Cali, Colombia*

**Humberto Loaiza Correa, PhD**

*humberto.loaiza@correounivalle.edu.co*

*Grupo de Investigación en Percepción y  
Sistemas inteligentes (PSI)*

*Universidad del Valle, Colombia*

## Resumen

En el presente artículo se presenta el desarrollo de un nuevo modelo matemático basado en la discretización por diferencias finitas del modelo de Fourier de propagación del calor en 3D, a partir del cual se propone una nueva técnica para detectar defectos en láminas de material compuesto, inspeccionadas mediante un experimento de Termografía Activa Pulsada (TP). El modelo discreto generado es fácilmente adaptable a la estructura de un filtro espacial, que al aplicarlo a la secuencia de imágenes infrarrojas adquiridas en tal experimento, permite contrastar adecuadamente las posibles zonas defectuosas internas con respecto a las zonas sanas del material. Para evaluar el desempeño de la técnica propuesta, se utilizan secuencias térmicas artificiales a través del programa ThermoCalc6L, con el cual es posible calcular las distribuciones dinámicas de la temperatura en capas sólidas anisotrópicas, simulando defectos internos y diferentes esquemas de excitación térmica. Los resultados muestran que en una secuencia de imágenes con información de temperatura, el método propuesto ofrece una mejor diferenciación entre los defectos y la información térmica de fondo con respecto a otros métodos comunes como el Contraste Absoluto Diferencial (CAD), y se ejecuta más rápidamente que el método clásico de filtrado térmico en 3D.

## Abstract

In this paper, a new mathematical model based on finite difference discretization of the Fourier's 3D heat propagation model, is shown. From this one, a new technique is proposed to detect flaws in composite thin layers, under evaluation by a Pulsed Active Thermography experiment. The discrete model defined is easily adaptable to a spatial filter structure, which can be applied to the infrared sequence of images acquired from that thermography experiment, to obtain a better contrast between possible internal flaws and sound regions of material. The performance of the technique proposed is evaluated using artificial thermal sequences generated by ThermoCalc6L, software that is able to compute dynamic thermal distributions in anisotropic layered solids, simulating defects and different excitation sets. Results show that this technique offers a better contrast between defect and background thermal information, than other common technique like Differential Absolute Contrast (DAC), and it runs faster than the classic 3D thermal filtering method.

## Palabras clave

Termografía activa; termografía pulsada; propagación térmica; contraste térmico; filtro espacial.

## Keywords

Active thermography; pulsed thermography; thermal propagation; thermal contrast; spatial filter.

Colciencias **1**  
tipo

## I. Introducción

A pesar de que la termografía no es un área de aplicación reciente en la ingeniería, el avance en la informática y en los sistemas de cómputo ha permitido que ella, soportada en el procesamiento digital de imágenes (Department of Defense, 2002), se transforme en una de las técnicas más prometedoras de Ensayo No Destructivo de materiales (END), dadas sus cualidades de no-contacto y no-intrusión (Meola, 2004). Es así como la Termografía Activa Pulsada viene ganando terreno paulatinamente en las actividades de mantenimiento preventivo y predictivo dentro de la industria aeroespacial y automovilística, en donde la utilización de materiales compuestos como el Plástico Reforzado con Fibra de Carbono (Carbon Fiber Reinforced Plastic - CFRP) es cada vez más extendida, dada la mejor relación resistencia/peso con respecto a otros, como el aluminio y el acero (Snell, 2007; Pohl, 1998).

En un material compuesto se reúnen dos tipos de material bien diferenciados: uno llamado matriz, que brinda el soporte fundamental a la estructura completa, y otro llamado refuerzo, que le otorga al compuesto resultante, las características mejoradas de resistencia, flexibilidad, peso, conductividad, etc., que el sustrato o material matriz por sí solo no exhibiría. Por ejemplo, muchos CFRP presentan una resistencia a la tensión mecánica mayor que el acero, siendo al mismo tiempo mucho más livianos, razón por la cual su inclusión como material constitutivo de superficies de control de vuelo, estructuras y secciones de fuselaje de los grandes aviones comerciales modernos (Figura 1), redundan en un ahorro de hasta el 20% en el consumo de combustible, y por ende, en una disminución igual en la emisión de CO<sub>2</sub> (IATA, 2009).

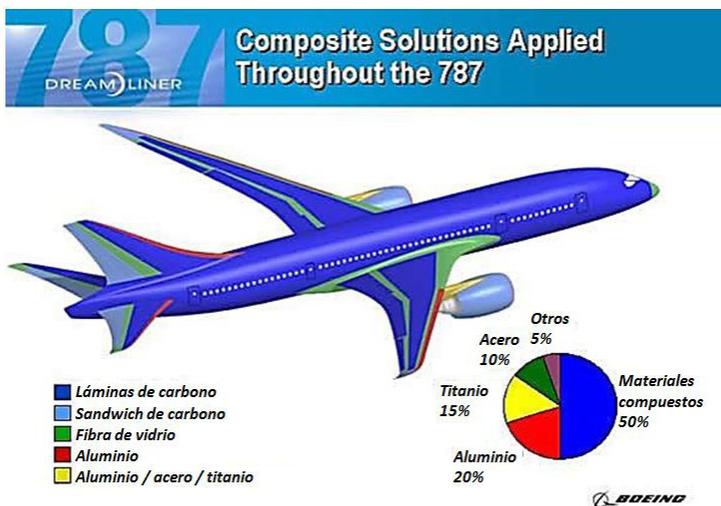


Figura 1. Lámina ilustrativa de la distribución de materiales en el nuevo Boeing 787 (Ozimek, 2006, p. 30)

Sin embargo, puesto que las técnicas de fabricación de estos compuestos, aunque variadas, se fundamentan en la laminación de diferentes capas delgadas de forma tal que las fibras en cada capa se orienten de manera adecuada para favorecer los requerimientos específicos de diseño, los impactos excesivos o el estrés mecánico repetitivo al que pudiesen estar sometidos, favorecen la separación entre capas contiguas, fenómeno conocido como *delaminación*, y que constituye un defecto estructural muy común en este tipo de elementos que de no ser detectado a tiempo, puede crecer internamente hasta llevar a la ruptura final del material (Figura 2).

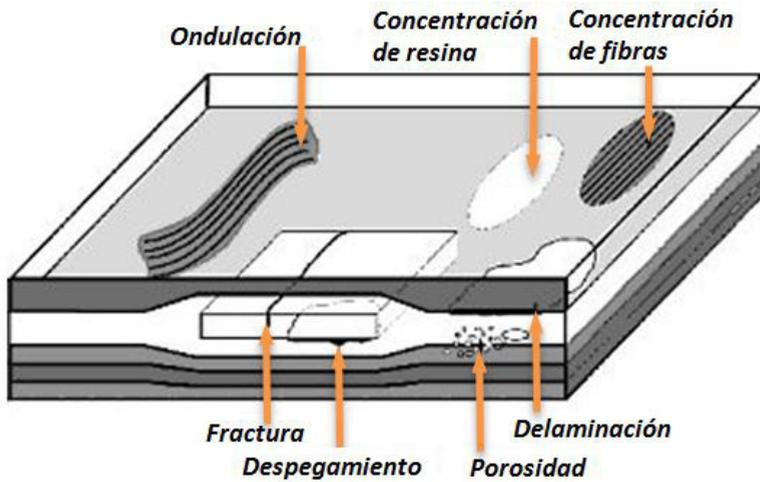
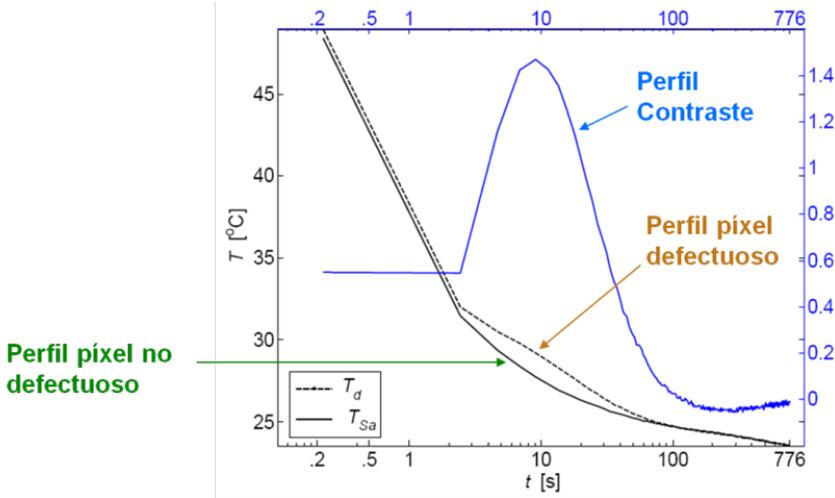


Figura 2. Defectos típicos en una lámina de CFRP (Pohl, 1998, p. 2)

En el esfuerzo de detectar inicialmente los defectos que puedan contener estas piezas, han surgido variadas metodologías de uso de la termografía para su evaluación, de entre las cuales se destaca la Termografía Pulsada (TP) por su relativa sencillez y rapidez en los resultados. Esta técnica consiste básicamente en la excitación térmica del material a través de un flash luminoso de alta potencia que inyecta un pulso de calor al material inspeccionado, y cuyo ancho dependerá de la conductividad térmica de este. El análisis de la secuencia de imágenes infrarrojas que se adquiere durante dicho experimento, se centra en cómo evoluciona el enfriamiento de cada punto (pixel de imagen) de la lámina estudiada, ya que una región defectuosa (debida muy probablemente a una delaminación), a partir de cierto instante de tiempo, se enfriará con mayor o menor velocidad (si respectivamente su conductividad es mayor o menor que la del sustrato) que una región sana de la misma (Figura 3). Puesto que el punto de interés se centra en los defectos, si los hay, se requiere enfatizar la distribución térmica de estos por encima de la de las zonas sanas; lo anterior se logra mediante el llamado Contraste Térmico ( $\Delta T$ ) (ver Figura 3), procedimiento que intenta anular la información de temperatura contenida en las imágenes correspondientes a las regiones sin defectos, y que en su

versión más simple denominada *Contraste Absoluto* (CA) equivale a la expresión en (1) donde T y TS representan respectivamente la temperatura en cualquier punto y la temperatura en un punto sano del material (Ibarra, 2005).

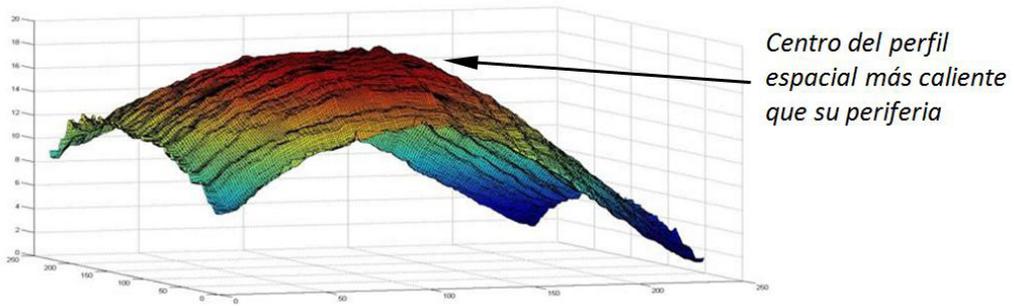
$$\Delta T_{CA} = T - T_S \quad (1)$$



**Figura 3.** Ejemplo de la disparidad entre las evoluciones de un punto sano y uno defectuoso, y obtención del contraste térmico (Ibarra, 2005)

No obstante, el hecho de excitar la lámina con un flash de luz, hace que el calor irradiado se distribuya de manera *no uniforme* sobre la cara irradiada del material, y por ende, también su propagación al interior del mismo (Figura 4). De aquí que el contraste térmico adecuado no se pueda conseguir con la sencilla ecuación en (1), sino que necesite de métodos más complejos; de otro lado, la escogencia de un punto sano para poder usar dicha ecuación, antes de saber dónde están las zonas defectuosas, representa una desventaja crucial. Es por lo anterior, que los investigadores alrededor del mundo han planteado diversas técnicas de contraste, de entre las que se destaca el *Contraste Absoluto Diferencial* (CAD) por su sencillez y por ser la primera que no exigía la selección *a priori* de una región sana. La ecuación (2) representa este método de contraste basado en el modelo 1D de propagación del calor de Fourier en un medio semiinfinito, en donde  $t$  indica el tiempo de cada imagen de la secuencia o *termograma*, y  $t'$ , el tiempo de una imagen de referencia ubicada después del pulso de calor, pero antes de la aparición del primer defecto (Benítez, 2011).

$$\Delta T_{CA}(t) = T(t) - \sqrt{\frac{t'}{t}} T(t') \quad (2)$$



**Figura 4.** Ejemplo de perfil 3D de calentamiento no uniforme (no plano) en la cara frontal de la lámina

Puesto que (2) se basa en un modelo unidimensional y el calor se propaga en las 3 dimensiones espaciales, el CAD no compensa completamente bien la evolución del calor en las regiones sanas del material, y además depende ahora de la selección de un termograma de referencia para operar adecuadamente. Estos dos aspectos también se encuentran en un método como el *CAD-modificado* (Benítez, 2006) que mejora considerablemente el desempeño del CAD al ajustar el modelo 1D para un medio semiinfinito a un medio finito en espesor (como es una lámina) y tener en cuenta el ancho del pulso de excitación, pero que sigue basándose en un modelo de propagación 1D. Conociendo que la conducción lateral del calor puede generar falsas alarmas cuando se procesan las imágenes con técnicas clásicas basadas en el modelo unidimensional, y teniendo en cuenta que los modelos tridimensionales de transferencia térmica fueron y siguen siendo empleados generalmente para estimar la distribución y la evolución de la temperatura en un cuerpo, se propuso por primera vez en (Grinzato, 2000) una técnica llamada *filtrado 3D* que usa el modelo 3D de propagación del calor para simular el comportamiento térmico de un material sin defectos para luego restárselo al comportamiento que muestra la secuencia real de imágenes IR sobre el mismo material; obviamente, entre mejor se conozcan los parámetros intrínsecos del espécimen bajo estudio, mejor será la compensación realizada y el contraste obtenido en las imágenes. La ecuación (3) enseña el contraste *normalizado* llevado a cabo por la técnica de filtrado 3D, en la cual  $\varepsilon$  representa el conjunto de parámetros intrínsecos;  $T(\varepsilon, t)$  y  $\tilde{T}(\varepsilon, t)$ , las temperaturas experimentales y estimadas respectivamente en los pixeles del termograma correspondiente al instante  $t$ ;  $T^0(\varepsilon, t)$  y  $\tilde{T}^0(\varepsilon, t)$  las temperaturas experimentales y estimadas respectivamente sobre un termograma de referencia (en el mismo sentido del CAD).

$$\Delta T(\varepsilon, t) = \frac{T(\varepsilon, t)}{T^*(\varepsilon)} - \frac{\tilde{T}(\varepsilon, t)}{\tilde{T}^*(\varepsilon)} \quad (3)$$

El principal inconveniente de esta técnica radica en el conocimiento suficientemente exacto que debe tenerse de los parámetros intrínsecos del material, además del elevado tiempo de ejecución del método numérico necesario para los cálculos de la distribución del calor en la pieza. El método que se propone en este artículo no pretende calcular la distribución térmica global del espécimen analizado, sino estimar el comportamiento en temperatura de un pixel a la vez, de un instante de tiempo al siguiente, basándose en la temperatura de sus vecinos. Además, al hacerse una nueva estimación para cada pixel e instante de tiempo, se hace menos sensible al error ocasionado por las discrepancias entre el valor de los parámetros intrínsecos reales y los calculados; sin embargo, la presencia de ruido y de patrones de distorsión óptica sí pueden influir decisivamente en el resultado final.

## II. Descripción del modelo propuesto

El modelo completo de propagación térmica en 3D, a través de una lámina de un material específico, se expresa mediante la ecuación diferencial (Maldague, 2001):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial z} \right) + W(x,y,z,t) = C\rho \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} \quad (4)$$

donde:

- »  $x,y,z,t$ : coordenadas espaciales más el tiempo;
- »  $T_i$ : exceso de temperatura en la capa  $i$  con respecto a la temperatura ambiente;
- »  $C_i, \rho_i$ : calor específico y densidad de la capa  $i$ ;
- »  $K_{qi}$ : conductividad térmica en la dirección  $q$  para la capa  $i$ ;
- »  $W(x,y,z)$ : corresponde a la rata de generación de calor por unidad de volumen [ $\text{W}/\text{m}^3$ ] al interior del medio de propagación.

Si se considera que la conductividad  $K$  es la misma en todas las direcciones, la excitación térmica es lo más parecida a un pulso de calor, no se genera calor al interior de la lámina y no hay pérdidas de calor por convección en las superficies de ella, entonces (4) puede reescribirse (Maldague, 2001):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

donde  $\alpha = \frac{K}{C\rho}$  corresponde a la *difusividad térmica* del material.

Ahora, si se discretizan las 3 coordenadas espaciales y la variable temporal, se tiene:

- »  $t_m = m \cdot \Delta t$ , con  $m = 0,1,2, \dots, M - 1$  donde  $M$  es el número total de termogramas en la secuencia adquirida en un experimento de Termografía Activa, y  $\Delta t$  es el período de adquisición de imágenes.
- »  $x_i = i \cdot \Delta x$ , con  $i = 0,1,2, \dots, N_x - 1$  donde  $N_x$  es el número total de filas en cada imagen adquirida, y  $\Delta x = \frac{L_x}{N_x}$  siendo  $L_x$  la longitud vertical del campo de imagen.
- »  $y_j = j \cdot \Delta y$ , con  $j = 0,1,2, \dots, N_y - 1$  donde  $N_y$  es el número total de columnas

en cada imagen adquirida, y siendo  $L_v$  la longitud vertical del campo de imagen.

»  $z_k = k \cdot \Delta z$ , con  $k = 0, 1, 2, \dots, N_k - 1$  donde  $N_k$  es el número total de pasos discretos en el que se divide todo el grosor de la lámina examinada, y  $\Delta z = \frac{L_z}{N_z}$  siendo  $L_z$  el grosor de la misma. Puesto que el eje  $z$  coincide con la profundidad de la lámina, el valor  $N_k$  es desconocido en un experimento de Termografía Pulsada con adquisición frontal ( $z=0$ ), por lo que debe ser estimado o determinado arbitrariamente.

» Mientras tanto, la temperatura en el punto  $x_p, y_p, z_p$  para un instante  $t_m$ , se denotará como  $T_{ijk}^m$ .

Si, además, se considera que  $\Delta x = \Delta y = \Delta p$  y definiendo como parámetro único  $\beta = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta p^2}$ , resulta:

$$T_{ijk}^{m+1} - T_{ijk}^m = \beta [(T_{(i-1)jk}^m - 2T_{ijk}^m + T_{(i+1)jk}^m) + (T_{i(j-1)k}^m - 2T_{ijk}^m + T_{i(j+1)k}^m)] + \left( \frac{T_{ij(k-1)}^m - 2T_{ijk}^m + T_{ij(k+1)}^m}{\Delta z^2} \right)$$

Reorganizando términos se obtiene:

$$T_{ijk}^{m+1} = (1 - 4\beta)T_{ijk}^m + \beta (T_{(i-1)jk}^m + T_{(i+1)jk}^m + T_{i(j-1)k}^m + T_{i(j+1)k}^m) + \beta \frac{\Delta p^2}{\Delta z^2} (T_{ij(k-1)}^m - 2T_{ijk}^m + T_{ij(k+1)}^m)$$

Por último, reuniendo los términos con la variable  $T_{ijk}^{m+1}$ , y nombrando:

$$\Phi_k^m = T_{(i-1)jk}^m + T_{(i+1)jk}^m + T_{i(j-1)k}^m + T_{i(j+1)k}^m \quad (6)$$

se llega a:

$$T_{ijk}^{m+1} = \left[ 1 - 2\beta \left( 2 + \frac{\Delta p^2}{\Delta z^2} \right) \right] T_{ijk}^m + \beta \left[ \Phi_k^m + \frac{\Delta p^2}{\Delta z^2} (T_{ij(k-1)}^m + T_{ij(k+1)}^m) \right] \quad (7)$$

Conociendo  $\beta$  y definiendo a  $\Delta z$  tal que  $\alpha \frac{\Delta t}{(\Delta z^2)} < \frac{1}{2}$  (por razones de estabilidad del modelo (Maldague, 2001)), y siendo  $T_{ijk}^m$  el pixel analizado,  $\Phi_k^m$  la suma de sus 4-vecinos, y  $T_{ijk}^{m+1}$  el valor del mismo pixel pero en el termograma siguiente, el problema ahora radica en el hecho de que no se puede conocer el valor real de los términos del último paréntesis:  $(T_{ij(k-1)}^m + T_{ij(k+1)}^m)$  por cuanto únicamente se adquiere experimentalmente el valor de  $T_{ijk}^m$  cuando  $k=0$  (superficie frontal de la lámina). De modo que es necesario desarrollar una estimación adecuada de estas dos variables. Puesto que solo se considera un cambio de  $\Delta z$  en profundidad, se puede asumir que la propagación responde principalmente a la evolución en el tiempo y a la distribución espacial sobre el eje  $z$ . De modo que, retomando los trabajos de (Tadeu, 2005; 2006; 2007) en los que se hace uso de las funciones de Green para proponer soluciones matemáticas en la frecuencia y en el tiempo a la ecuación diferencial de propagación del calor (5), se toma la expresión cerrada que modela la transferencia térmica en una placa delgada de material homogéneo o *slab*, pero solo para su componente en  $z$ :

$$T(z_k, t_m) = \frac{W}{\rho C (4\pi\alpha)^{1/2} z^{1/2}} \cdot [e^{-r_0/4\alpha\tau_m} + \sum_{n=1}^{NS} (e^{-r_1/4\alpha\tau_m} + e^{-r_2/4\alpha\tau_m} + e^{-r_3/4\alpha\tau_m} + e^{-r_4/4\alpha\tau_m})] \quad (8)$$

y en donde:

$$r'_0 = (z_k - z_0)^2;$$

$$r'_1 = (z_k + z_0 + 2h(n-1))^2;$$

$$r'_2 = (z_k + z_0 - 2hn)^2;$$

$$r'_3 = (z_k - z_0 + 2hn)^2;$$

$$r'_4 = (z_k - z_0 - 2hn)^2$$

El término  $h$  equivale al grosor de la lámina, mientras que los términos exponenciales sumados modelan las múltiples reflexiones de la onda térmica en las superficies frontal y posterior de la lámina; puesto que en teoría, serían infinitas estas reflexiones, en la práctica llegará un momento en el cual el incremento de calor debido a reflexiones posteriores sea prácticamente nulo. Por consiguiente, el parámetro  $NS$ , que limita el recorrido del índice de la sumatoria en (8), establece el número de repeticiones de estas reflexiones que desea considerarse al ejecutar el modelo.

Ahora, partiendo de (8), y sabiendo que  $z_0 = 0$ ,  $t_0 = 0$ , y  $4\alpha t_m = 4\beta m \Delta p^2 = \sigma_m$ , se define el siguiente término general para fines de simplicidad:

$$A^{(NS)m}_k = e^{-z_k^2/\sigma_m} + \sum_{n=1}^{NS} \left( e^{-(z_k+2h(n-1))^2/\sigma_m} + 2e^{-(z_k-2hn)^2/\sigma_m} + e^{-(z_k+2hn)^2/\sigma_m} \right) \quad (9)$$

De (9) se desprenden las siguientes ecuaciones:

$$A^{(NS)m}_{(1)} = e^{-\Delta z^2/\sigma_m} + \sum_{n=1}^{NS} \left( e^{-(\Delta z+2h(n-1))^2/\sigma_m} + 2e^{-(\Delta z-2hn)^2/\sigma_m} + e^{-(\Delta z+2hn)^2/\sigma_m} \right) \quad (10)$$

$$A^{(NS)m}_{(-1)} = e^{-\Delta z^2/\sigma_m} + \sum_{n=1}^{NS} \left( e^{-(\Delta z-2h(n-1))^2/\sigma_m} + 2e^{-(\Delta z+2hn)^2/\sigma_m} + e^{-(\Delta z-2hn)^2/\sigma_m} \right) \quad (11)$$

$$A^{(NS)m}_0 = 1 + \sum_{n=1}^{NS} \left( e^{-4h^2(n-1)^2/\sigma_m} + 3e^{-4h^2n^2/\sigma_m} \right) \quad (12)$$

Al reemplazar las ecuaciones anteriores en (7), se obtiene entonces la estimación de la temperatura en el pixel  $ij$  a una profundidad  $k$ , para el instante de muestreo siguiente  $m+1$ :

$$\tilde{T}_{ijk}^{m+1} = \left\{ 1 - \beta \left[ 4 + \frac{\Delta p^2}{\Delta z^2} \left( 2 - \frac{(A^{(NS)m}_{k+1} + A^{(NS)m}_{k-1})}{A^{(NS)m}_k} \right) \right] \right\} T_{ij0}^m + \beta \Phi_0^m \quad (13)$$

Puesto que en un experimento real se adquiere una secuencia de imágenes IR de la cara irradiada de la lámina, el modelo en (13) debe evaluarse en  $k=0$ , con lo que resulta finalmente:

$$\tilde{T}_{ij0}^{m+1} = \left\{ 1 - \beta \left[ 4 + \frac{\Delta p^2}{\Delta z^2} \left( 2 - \frac{(A^{(NS)m}_{(1)} + A^{(NS)m}_{(-1)})}{A^{(NS)m}_0} \right) \right] \right\} T_{ij0}^m + \beta \Phi_0^m \quad (14)$$

con:

$$\Phi_0^m = T_{(i-1)j0}^m + T_{(i+1)j0}^m + T_{i(j-1)0}^m + T_{i(j+1)0}^m \quad (15)$$

Por último, los términos en (14) pueden distribuirse en una máscara de convolución (Figura 5) que dependerá de la ubicación de cada pixel, con el fin de aplicar el modelo mediante una operación de filtrado espacial con la cual es viable destacar las zonas defectuosas del material al acoger la hipótesis de que el error relativo en la estimación de la temperatura para los pixeles que caen en ellas, será mayor que aquél para los pixeles correspondientes a zonas sanas.

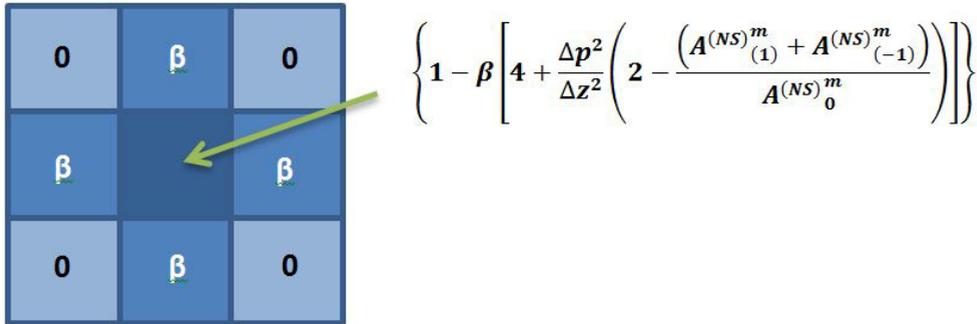


Figura 5. Máscara para el filtro espacial propuesto

Por tanto, si  $F_{ij0}^m$  denota la salida del filtro aplicado sobre el pixel  $ij$  sobre la superficie frontal en el instante  $m$ , se tiene entonces:

$$F_{ij0}^m = \frac{T_{ij0}^{m+1} - \tilde{T}_{ij0}^{m+1}}{T_{ij0}^{m+1}} \quad (16)$$

A la técnica así planteada se ha convenido llamarla *Compensación Térmica de Fondo por Diferencias Finitas* (CTDF).

### III. Pruebas y resultados

Para las pruebas del CTDF propuesto se ha empleado una secuencia térmica correspondiente a una lámina de CFRP simulada mediante el software comercial ThermoCalc6L, bajo los parámetros plasmados en la Tabla 1, que contiene defectos internos de aire de forma cuadrada con las características de la Tabla 2, y ubicados de acuerdo con la figura 6.

La secuencia térmica simulada tiene por objeto mostrar comparativamente el desempeño del método de contraste para defectos de diferente tamaño, y de profundidades que no superen la mitad del espesor de la placa, generalmente, los defectos se vuelven cada vez más difíciles de detectar a medida que se acercan a la superficie opuesta de la lámina inspeccionada, y por ahora se desea comparar el desempeño con respecto al tamaño. En este sentido, la Figura 7 muestra los perfiles térmicos temporales tomados sobre un punto sano y sobre el centro de las tres regiones defectuosas más grandes, a partir de los cuales, puede corroborarse el ajuste aceptable del modelo discreto

**Tabla 1.** Parámetros de simulación de las láminas de CFRP generadas

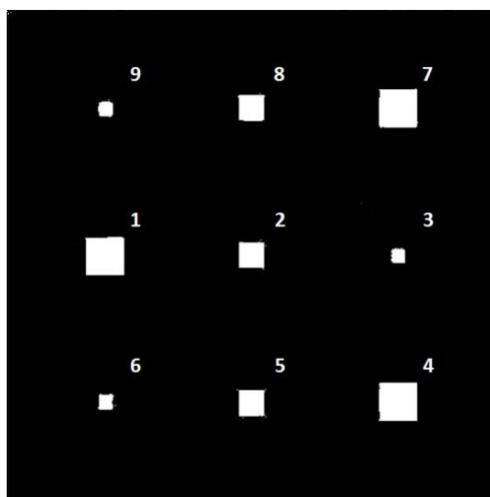
Largo [m]	Ancho [m]	Espesor [m]	$\Delta x$ [m]	$\Delta y$ [m]	$\Delta z$ [m]	$K$ [W/m.K]
0.1	0.1	0.002	0.001	0.001	$2 \times 10^{-5}$	0.7

$C$ [W.s/Kg.K]	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	$\Delta t$ [s]	Ventana total de tiempo [s]	Densidad Pulso [W/m <sup>2</sup> ]	Ancho Pulso [s]
1200	1600	0.01	10	100000	0.01

**Tabla 2.** Características de los defectos internos para la lámina 1

No. defecto	$K$ [W/m.K]	$C$ [W.s/Kg.K]	$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	lado [m]	Profundidad [m]	Espesor [m]
1	0.07	928	1.3	0,015	0,0002	0.0001
2	0.07	928	1.3	0,01	0,0002	0.0001
3	0.07	928	1.3	0,005	0,0002	0.0001
4	0.07	928	1.3	0,015	0,0006	0.0001
5	0.07	928	1.3	0,01	0,0006	0.0001
6	0.07	928	1.3	0,005	0,0006	0.0001
7	0.07	928	1.3	0,015	0,001	0.0001
8	0.07	928	1.3	0,01	0,001	0.0001
9	0.07	928	1.3	0,005	0,001	0.0001

**Figura 6.** Lámina 1 de CFRP sintética con 9 defectos

propuesto (los otros defectos por estar a la misma profundidad de uno de los que se analizan en la figura, prácticamente coinciden con los perfiles graficados, y en mayor grado antes del cruce por cero).

La secuencia térmica simulada tiene por objeto mostrar comparativamente el desempeño del método de contraste para defectos de diferente tamaño, y de profundidades que no superen la mitad del espesor de la placa, generalmente, los defectos se vuelven cada vez más difíciles de detectar a medida que se acercan a la superficie opuesta de la lámina inspeccionada, y por ahora se desea comparar el desempeño con respecto al tamaño. En este sentido, la Figura 7 muestra los perfiles térmicos temporales tomados sobre un punto sano y sobre el centro de las tres regiones defectuosas más grandes, a partir de los cuales, puede corroborarse el ajuste aceptable del modelo discreto propuesto (los otros defectos por estar a la misma profundidad de uno de los que se analizan en la figura, prácticamente coinciden con los perfiles graficados, y en mayor grado antes del cruce por cero).

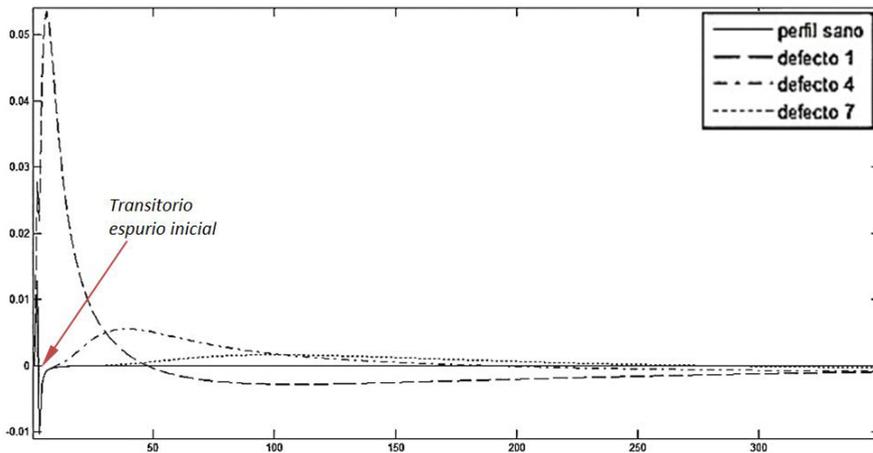


Figura 7. Perfiles térmicos temporales para un punto sano y los 3 defectos más superficiales

En la figura 7 se observa que, si bien existe un transitorio espurio del perfil durante los primeros 5 termogramas, el perfil para el punto sano tiende rápidamente a estabilizarse alrededor de cero (correspondiente a un error de casi cero entre el modelo propuesto y la distribución simulada por el ThermoCalc6L). Al mismo tiempo, los perfiles pertenecientes a defectos se apartan del perfil sano, primero con valores positivos y luego, con valores negativos, lo que concuerda con una primera fase de enfriamiento más lento de las zonas defectuosas con respecto a las sanas, y una fase posterior de enfriamiento más rápido hasta alcanzar el equilibrio térmico; esto es cierto en el caso de defectos con conductividad menor a la del material de la lámina. También es claro que tanto los picos de los perfiles térmicos de los defectos como sus cruces por cero están correlacionados con la profundidad de los mismos.

Estos perfiles difieren sustancialmente de los perfiles obtenidos con técnicas clásicas como el CAD, debido a que los primeros se derivan de una estimación diferencial (de un instante al siguiente) de la temperatura en cada pixel. Con el fin de convertir estos perfiles a una forma más apropiada para una posterior detección de los defectos, a través del cálculo de su energía o de la generación de un *maxigrama* (Benítez, 2011) para la secuencia, se lleva a cabo una integración numérica de dichos perfiles. Si  $p_D(t) = I_{i,j}(t), \forall t$  es el perfil térmico temporal del pixel  $i,j$ , entonces, el perfil integrado sería:

$$p_S = \sum_{m=1}^t p_D(m) \quad (17)$$

En este sentido, en las figuras 8, 9 y 10 se muestran los perfiles espaciales de los termogramas correspondientes a  $t=6.0s$  para la secuencia original, la secuencia del CAD, y la del CTDF con sus perfiles integrados (el eje z en ellos representa el contraste de temperatura).

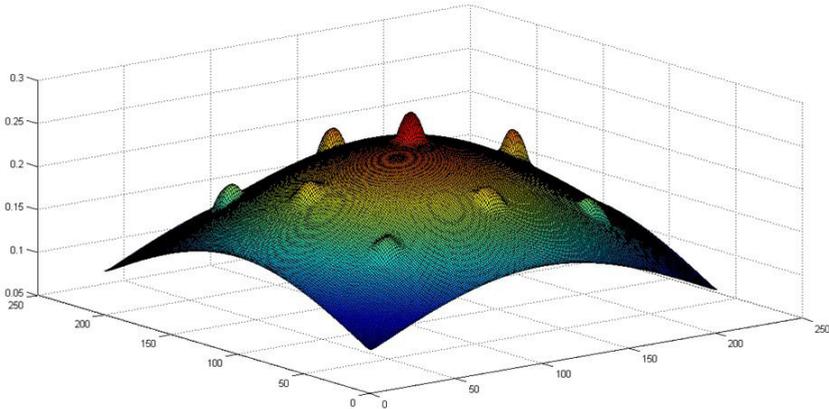


Figura 8. Perfil 3D para el termograma en  $t=6.0s$  de la secuencia original

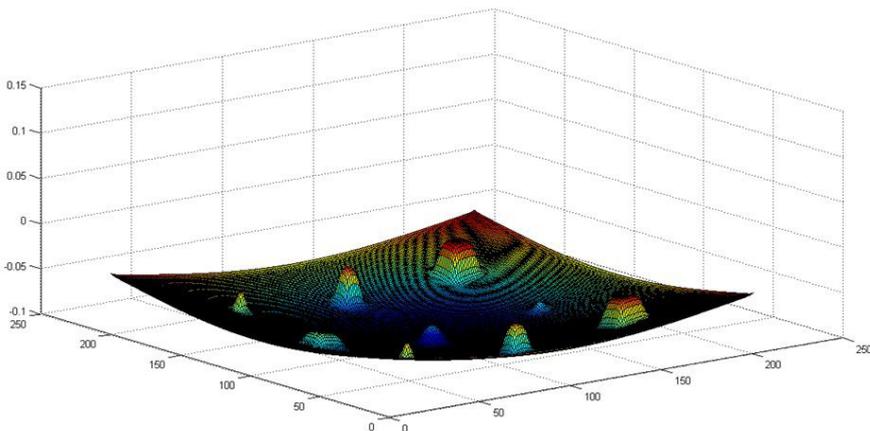


Figura 9. Perfil 3D para el termograma en  $t=6.0s$  de la secuencia CAD-m

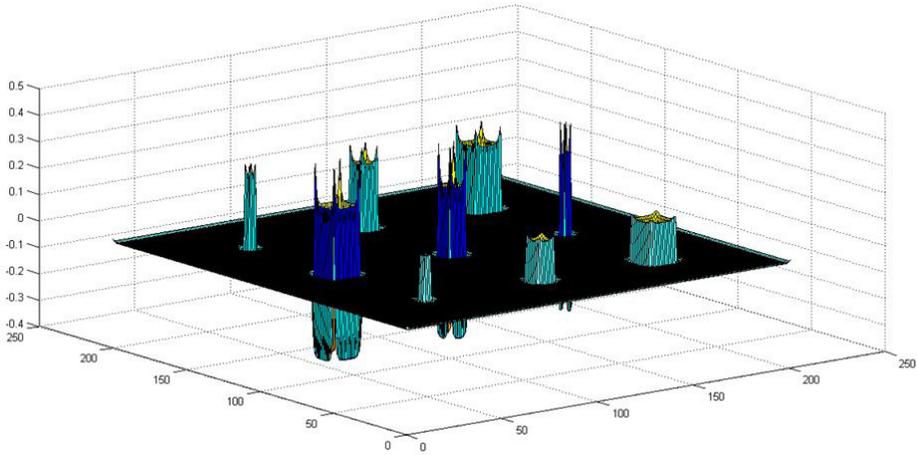


Figura 10. Perfil 3D para el termograma en  $t=6.0s$  de la secuencia CTDF

Se nota en la Figura 10, cómo el comportamiento particular del calor en la interfaz entre los defectos de aire y el CFRP hace que se tengan valores de contraste negativos hacia los bordes de los defectos. Si se anulan estos valores resulta el perfil de la Figura 11 para el termograma considerado.

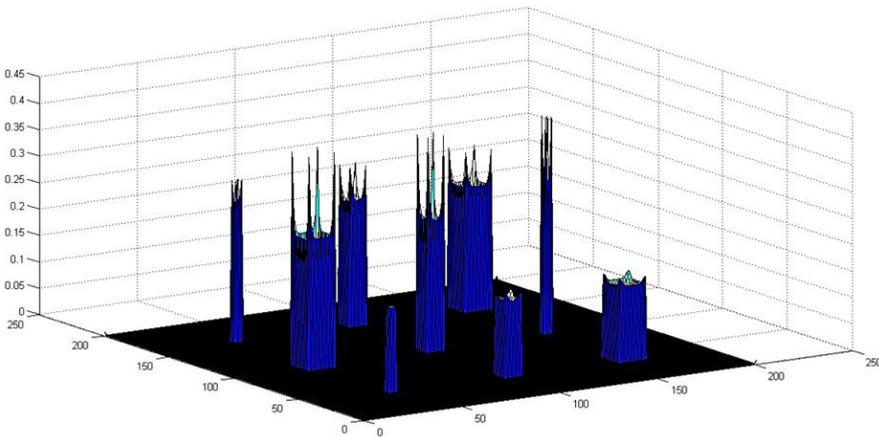


Figura 11. Perfil 3D para el termograma en  $t=6.0s$  de la secuencia CTDF con recorte de los valores negativos

De las figuras anteriores resulta claro observar que el contraste CTDF basado en el modelo discreto propuesto, genera unos termogramas donde la información térmica de fondo (distribución térmica del material sano de la lámina) se anula, para dejar únicamente la información sobre los defectos internos; esto se traduce en un plano sobre  $z=0$  para todas las zonas sanas en las Figuras 10 y 11. De igual manera, se puede encontrar que las elevaciones de las figuras 11 y 12 correspondientes a defectos, se

ven más cuadradas que en el caso de la figura 10 para el CAD, en donde el efecto de redondeo (*blurring*) de las formas es más notorio debido en este caso a la dispersión lateral del calor (Valdés, 2006). Así, si se toma una técnica sencilla como el maxigrama de las secuencias de contraste anteriores para ejecutar una rutina de detección de bordes mediante el *Laplaciano*, se obtendrán los resultados de las Figuras 12 y 13 para el CAD y para el CTDF respectivamente. En ellas es evidente que el CTDF exhibe un mejor resultado en la detección de los defectos (9 frente a 3 con el CAD), al menos en condiciones sin ruido como en estas pruebas. Por su parte, la Tabla 4 revela los resultados en la estimación del área de los defectos detectados con cada técnica.

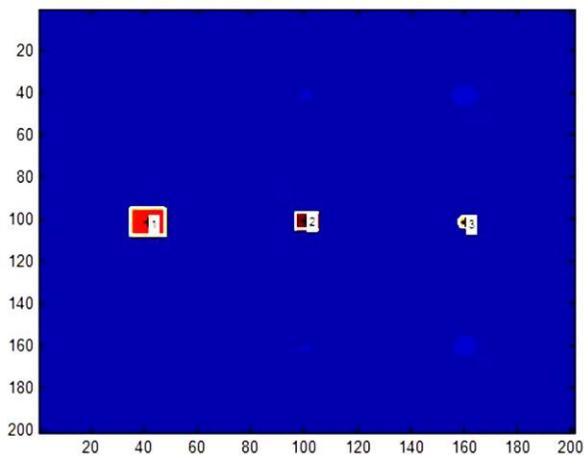


Figura 12. Maxigrama y bordes detectados con la secuencia CAD

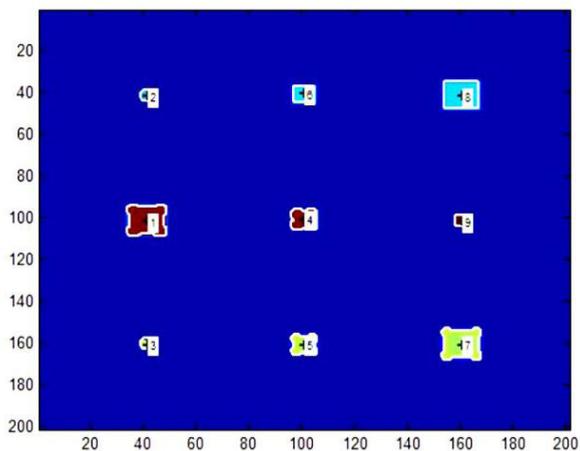


Figura 13. Maxigrama y bordes detectados con la secuencia CTDF

**Tabla 3.** Estimaciones de área de los defectos detectados

	Defecto 1 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 2 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 3 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 4 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 5 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 6 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 7 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 8 [mm <sup>2</sup> ]	Defecto 9 [mm <sup>2</sup> ]
<b>Área real</b>	225	100	25	225	100	25	225	100	25
<b>Estimación con CAD</b>	196	81	32	-	-	-	-	-	-
<b>Error</b>	12.9%	19%	28%	-	-	-	-	-	-
<b>Estimación con CTDF</b>	228	113	36	220	105	32	196	81	32
<b>Error</b>	1.3%	13%	44%	2.2%	5%	28%	12.9%	19%	28%

De la Tabla 3 se observa que, aunque la estimación del área es mejor para el CTDF en los defectos más superficiales, como toda técnica de Termografía Pulsada, presenta un deterioro en la exactitud a medida que se profundiza en la lámina. De cualquier manera, sería posible mejorar la exactitud para la estimación de defectos más profundos usando una técnica más robusta que el maxigrama.

En cuanto al tiempo de ejecución es evidente a partir de la Tabla 4 que los tiempos de ejecución entre el CAD y el CTDF son comparables, pero basándose este último en un modelo 3D, es mucho más rápido que el filtrado 3D térmico propuesto en (Grinzato, 2000). Para el CAD y el CTDF estos tiempos fueron medidos a partir de su ejecución en MATLAB, mientras que para el filtrado térmico 3D, en ThermoCalc6L, en todos los casos corriendo en un PC con procesador Core i7 de 3,4 GHz y memoria RAM de 8GB.

**Tabla 4.** Tiempos de ejecución de las diferentes técnicas mencionadas

Técnica ejecutada	Tiempo de ejecución [s]
CAD	0.9
Filtrado 3D térmico	354.1
CTDF	2.0

## Conclusiones

Se ha presentado un nuevo modelo discreto de propagación 3D del calor para estimar la temperatura en el instante siguiente en cada pixel de una secuencia de imágenes térmicas, a partir de su temperatura actual y la de sus 4-vecinos, y de la aproximación al diferencial de temperatura en profundidad haciendo uso de la solución en el tiempo de la ecuación diferencial de Fourier para una lámina delgada sólida a través de las funciones de Green. Con base en este modelo se propone además una técnica de

contraste, a la que se le ha denominado Compensación Térmica de Fondo mediante Diferencias Finitas (CTDF), en la cual los términos del modelo anterior se organizan en una máscara de filtrado espacial que, al aplicarla, permite anular (en condiciones ideales de adquisición de la secuencia) la información térmica de fondo, para conseguir un contraste óptimo de las regiones defectuosas sobre las sanas.

Validando la técnica sobre una secuencia artificial de imágenes térmicas generada con el software ThermoCalc6L, se constató que al aplicar el CTDF los perfiles térmicos de los puntos sanos se mantuvieron durante casi toda la ventana de adquisición alrededor de cero, lo que se traduce en imágenes con un fondo prácticamente uniforme. Además, los defectos tienden a conservar un poco más su forma original a pesar de la dispersión lateral de calor que introduce en las imágenes un efecto de borrosidad bastante apreciable. Combinando estos dos efectos, es posible la detección de todos los defectos simulados a partir de una técnica simple de detección de borde sobre el maxigrama de la secuencia, superando en este aspecto al CAD. No obstante, en cuanto a la estimación del área de los defectos, y aunque se tiene una mejoría frente al CAD, es notable que a medida que los defectos son más profundos se deteriora la exactitud de la estimación, sin olvidar que es posible que con otra técnica de detección más robusta esta caracterización inicial de los defectos se haga menos sensible a la profundidad de los mismos.

Por último, los resultados reflejan una mejoría bastante apreciable en el contraste de los defectos al usar el CTDF bajo la misma filosofía utilizada en el filtrado 3D térmico en cuanto a la compensación de la distribución dinámica de la temperatura del material sano del espécimen inspeccionado, pero con un tiempo de ejecución muchísimo menor equivalente al 0.6% del necesario para sintetizar computacionalmente dicha distribución a través de métodos numéricos, según las pruebas realizadas. La razón básica es que en el modelo propuesto que soporta al CTDF no se busca la estimación de la temperatura en todos los puntos de la dimensión asociada a la profundidad de la placa, para cada instante de tiempo, con el consecuente ahorro de esfuerzo computacional.<sup>SM</sup>

## Referencias bibliográficas

- Benítez, H; Ibarra, C.; Bendada, A.; Maldague, X.; Loaiza, H.; Caicedo, E. (2006). Modified Differential Absolute Contrast Using Thermal Quadrupoles for the Nondestructive Testing of Finite Thickness Specimens by Infrared Thermography. En *IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering* [CCECE'2006], Ottawa, Canada. Washington, D.C: IEEE Computer Society
- Benítez, H.; Loaiza, H.; Caicedo, E. (2011). *Termografía Activa Pulsada en Inspección de Materiales. Técnicas Avanzadas de Procesado* [Colección de Ciencias Físicas, Exactas y Naturales, (1ª ed.)]. Cali, Colombia: Universidad del Valle / Pontificia Universidad Javeriana de Cali

- Department of Defense. (2002). *Ceramic Matrix Composites. Composite Materials Handbook, Volume 5*. Washington, D.C.: Autor
- Grinzato, E.; Bison, P.G.; Marinetti, S.; Vavilov, V. (2000). Thermal NDE enhanced by 3D numerical modeling applied to works of art. *15th World Conference on Non-Destructive Testing. 15-21 October 2000 in Rome. Proceedings*. Recuperado de <http://www.ndt.net/article/wcndt00/papers/idn909/idn909.htm>
- IATA - International Air Transport Association. (2009). *A global approach to reducing aviation emissions. First step: carbon-neutral growth from 2020*. Suiza: Autor.
- Ibarra, C. (2005). *Quantitative Subsurface Defect Evaluation by Pulsed Phase Thermography: Depth Retrieval with the Phase* [Tesis Doctoral]. Facultad de Ciencias e Ingeniería, Universidad Laval. Quebec, Canadá
- X. Maldague (Ed. Tech.), & P. Moore (Ed.). (2001). Infrared and Thermal Testing. *Nondestructive Testing Handbook, Volumen 3* (3a ed.). Columbus, OH: ASNT
- Meola, C.; Carlomagno, G.; Giorleo, G. (2004). Using infrared thermography to analyze substrate and adhesive effects in bonded structures. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 18(6), 617-634
- Snell Jr, J. R.; Spring, R. W. (2007, Octubre 2). *Infrared Thermography Advances*. Recuperado de [http://www.ndtmag.com/Articles/Feature\\_Article/BNP\\_GUID\\_9-5-2006\\_A\\_1000000000000179212](http://www.ndtmag.com/Articles/Feature_Article/BNP_GUID_9-5-2006_A_1000000000000179212)
- Ozimek, J. (2006). The Boeing Company [ponencia en JP Morgan Airline, Aerospace and Airfreight Conference, New Yor, NY, Febrero de 2006]. Recuperado de <http://www.docstoc.com/lax.llnw-trials.com/docs/3754071/The-Boeing-Company-JP-Morgan-Airline-Aerospace-and-Airfreight>
- Pohl, J. (1998). Ultrasonic Inspection of Adaptive CFRP-Structures. *NDT Database & Journal*, Vol.3, No.9, septiembre de 1998. Recuperado en febrero, 2012 de <http://www.ndt.net/article/ecndt98/aero/015/015.htm>
- Tadeu, A., & Simões, N. (2005). Fundamental solutions for transient heat transfer by conduction and convection in an unbounded, half-space, slab and layered media in the frequency domain. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 29(12), 1130-1142
- Tadeu, A.; Simões, N. (2006). Three-dimensional fundamental solutions for transient heat transfer by conduction in an unbounded medium, half-space, slab and layered media. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 30(5), 338-349
- Tadeu, A.; Simões, N. (2007). Conduction and convection phenomena through a slab with thermal heterogeneities. *Applied Mathematical Modelling*, 31(7), 1444-1459.
- Valdés, M.; Inamura, M.; Valera, J.; Yao L. (2006). Multidimensional filtering approaches for pre-processing thermal images. En *Multidimensional System Signal Processing*, 17(4), 299-325

## ***Curriculum vitae***

### **Andrés David Restrepo Girón, Ph.D (c).**

Ingeniero Electrónico (1999), Magíster en Automática (2005) y candidato a Doctor en Ingeniería de la Universidad del Valle (Cali, Colombia), asociado al Grupo de Investigación en Percepción y Sistemas Inteligentes (PSI). Profesor y Director del programa de Ingeniería Electrónica de la Universidad Santiago de Cali, y vinculado a su Grupo de Investigación en Instrumentación Electrónica (GIE). Sus áreas de interés son la instrumentación electrónica, los sistemas digitales microntrolados y el procesamiento de señales e imágenes.

### **Humberto Loaiza Correa, Ph.D.**

Ingeniero electricista (1990) con magíster en automática (1995) de la Universidad del Valle y doctorado en robótica por la Université D'evry Val D'essonne (Francia, 1999). Es profesor titular y director de la Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad del Valle, donde además es co-director del Grupo de Investigación en Percepción y Sistemas Inteligentes (PSI). Sus áreas de interés son: procesamiento de señales e imágenes, visión artificial, robótica, inteligencia computacional, instrumentación inteligente y reconocimiento de patrones.